

Strukturna Analiza

Serija Lekcija



SA03: Analiza štapova sa jednom ili više unutrašnjih šarki

Ovaj document je pisana verzija video lekcije SA03, koja se može pronaći na internetu na veb adresi ispod.

Educative Technologies, LLC

<http://www.Lab101.Space>

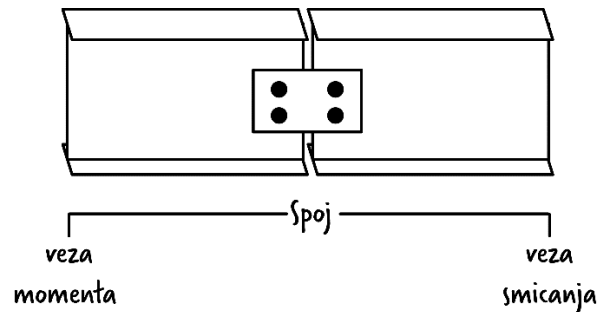
<https://www.youtube.com/c/drstructure>

Doprinosi Galine Jorgić u pripremi ovog dokumenta su sa zahvalnošću priznati.

Strukturalna Analiza – SA03

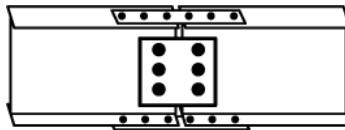
Analiza štapova sa jednom ili više unutrašnjih šarki

Kada dizajniramo structure, često je neophodno spojiti dva kraća strukturalna člana da bi oformili jedan duži. Takva veza, zvana takođe i spoj, može biti klasifikovana ili kao veza momenta ili veza smicanja (videti Sliku 1).



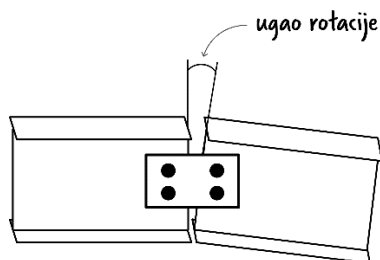
Slika 1: Spoj dva povezana člana u štapu koristeći niz šrafova

Moment spoj čvrsto povezuje dva segmenta štapa, tako da se unutrašnji moment savijanja kao i sila smicanja mogu razviti u zglobu. Videti Sliku 2 za primer moment spoja.



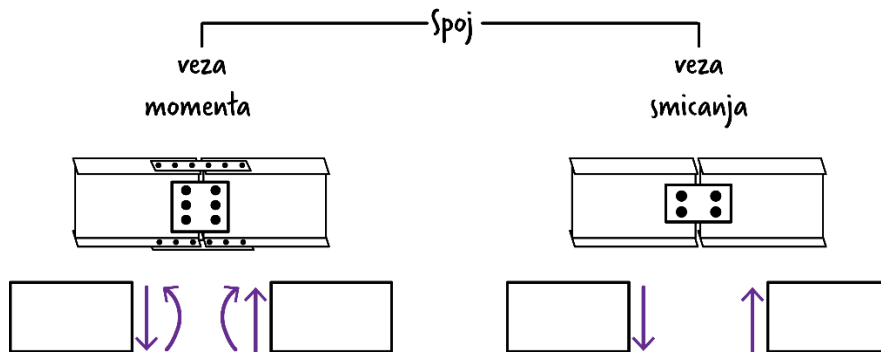
Slika 2: Moment spoj sa dva štapa koji su čvrsto spojeni

Suprotno, spoj smicanja dozvoljava relativnu rotaciju između dva segmenta i manje je rigidan od moment spoja, kao što je prikazano na Slici 3.



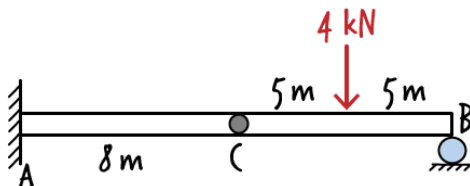
Slika 3: Spoj smicanja dozvoljava relativnu rotaciju u zglobu

Posledično, unutrašnji moment se ne može razviti u spoju smicanja, veza se ponaša kao unutrašnja šarka koja prenosi samo silu smicanja. Slika 4 pokazuje unutrašnje sile povezane sa svakim tipom spoja.



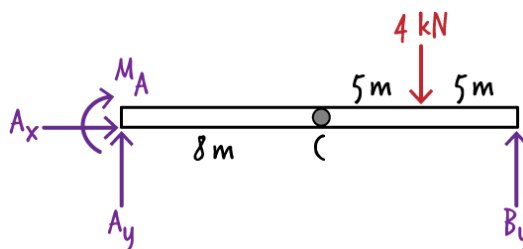
Slika 4: Unutrašnje sile u vezi momenta i vezi smicanja u štapovima

U ovoj lekciji ćemo se fokusirati na analizu štapova koji sadrže jednu ili više unutrašnjih šarki. Razmotrimo štap prikazan na Slici 5.



Slika 5: Štap sa unutrašnjom šarkom

Štap je fiksiran na levom kraju (tačka A) i oslanja se na pokretni oslonac na desnom kraju (tačka B). Dalje, postoji unutrašnja šarka u tački C. Sudeći po dijagramu slobodnog tela štapa (videti Sliku 6), postoje četiri nepoznate reakcije oslonca: tri na fiksnom kraju i jedna na pokretnom kraju.

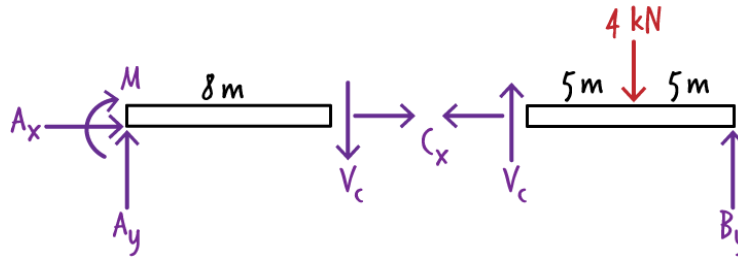


Slika 6: Dijagram slobodnog tela štapa sa unutrašnjom šarkom

Možemo da napišemo tri jednačine ravnoteže za celu strukturu. Međutim, ove jednačine nisu dovoljne da bi se odredile sve nepoznate, jer imamo četiri nepoznate i samo tri jednačine. Da li ovo znači da je struktura statički neodređena?

Ovo bi bio slučaj kada štap ne bi imao unutrašnju šarku. Ali šarka u tački C čini strukturu statički određenom. To jest, trebalo bi da možemo da odredimo reakcije oslonca koristeći samo jednačine statičke ravnoteže. Evo kako.

Odvojimo štap na dva segmenta na unutrašnjoj šarci (tačka C), kao što je prikazano na Slici 7. Pošto moment savijanja nije prisutan u šarci, dobijamo ukupno šest nepoznatih sila za levi i desni segment štapa. Dalje, s obzirom da možemo da napišemo tri jednačine ravnoteže za svaki segment, dobijamo ukupno šest jednačina. S obzirom da je broj jednačina jednak broju nepoznatih, nepoznate mogu biti određene koristeći jednačine. Tako, štap se smatra statički određenim.



Slika 7: Unutrašnje sile u dva segmenta štapa koji su povezani unutrašnjom šarkom

Primetimo da je unutrašnja sila smicanja u šarci nacrtana za svaki segment štapa. Na levom segmentu sila je prikazana da deluje na dole. Na desnom delu sila je prikazana da deluje na gore. Ove dve strelice se uvek moraju crtati u suprotnim smerovima, kao što smo prikazali ovde.

Takođe primetimo da smo postavili unutrašnju aksijalnu silu u tački C. Iako većina štapova ne nose takvu silu, zbog kompletnosti moramo da prikažemo silu na dijagramu slobodnog tela. Slično unutrašnjoj sili smicanja, unutrašnja aksijalna sila u tački C mora se pokazati u paru koji deluje u suprotnim pravcima, kao što je prikazano na slici iznad.

Jednačine ravnoteže za levi segment štapa mogu biti napisane kao:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + C_x = 0 \quad [1]$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - V_c = 0 \quad [2]$$

$$\sum M \text{ @ } A = 0 \Rightarrow M + 8V_c = 0 \quad [3]$$

Jednačine ravnoteže za desni segment štapa su:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -C_x = 0 \quad [4]$$

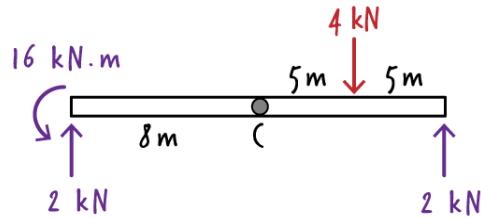
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_c + B_y - 4 = 0 \quad [5]$$

$$\sum M \text{ @ } C = 0 \Rightarrow 4(5) - 10B_y = 0 \quad [6]$$

Rešavanjem jednačina [1] do [6] istovremeno po nepoznatim, dobijamo: $A_x = 0$, $A_y = 2 \text{ kN}$,

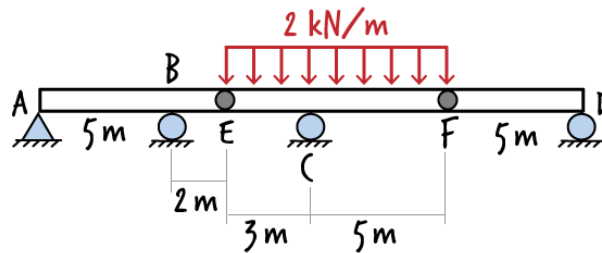
$M = -16 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $B_y = 2 \text{ kN}$, $C_x = 0$, i $V_c = 2 \text{ kN}$. Reakcije oslonca za štap su prikazane na Slici 8.

Primetimo da je moment (M) u tački A na Slici 8 sada nacrtan u suprotnom pravcu u odnosu na to kako je bio prikazan na Slici 7, gde smo prvi put crtali naše unutrašnje sile. Razlog leži u tome što smo saznali da moment u stvari ima negativnu vrednost, nakon što smo rešili jednačine po nepoznatima, i zato smo promenili pravac u kome se moment crta, sa smer kazaljke na satu, na smer suprotan smeru kazaljke na satu.



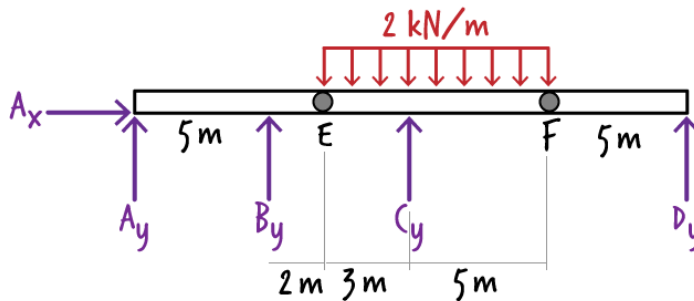
Slika 8: Reakcije oslonca za štap sa unutrašnjom šarkom

Šta se dešava kada štap ima nekoliko unutrašnjih šarki? Kako analiziramo takav štap? Slika 9 pokazuje štap sa dve unutrašnje šarke (jedna u tački E i druga u tački F).



Slika 9: Štap sa dve unutrašnje šarke

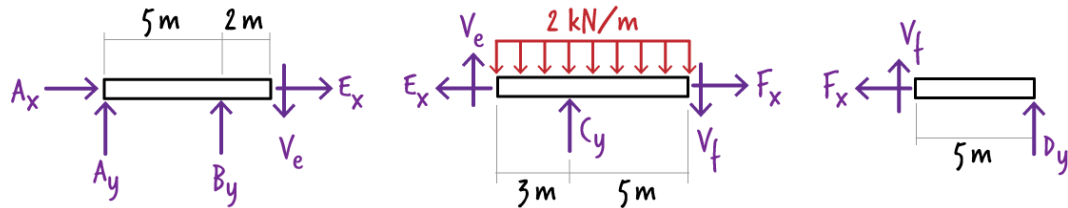
Štap se oslanja na četiri oslonca: čvrsti oslonac (u tački A) i tri pokretna oslonca (jedan u tački B, u tački C i u tački D). Broj reakcija oslonca je, zato, pet; imamo dve reakcije u čvrstom osloncu i jednu reakciju na svakom od tri pokretna oslonca (videti Sliku 10).



Slika 10: Dijagram slobodnog tela štapa sa dve unutrašnje šarke

Primetimo da dve šarke dele štap na tri segmenta. Kada presečemo štap u šarkama, dobijamo sledeće dijagrame slobodnog tela.

Kao što je prikazano na Slici 11, uključujemo silu smicanja i aksijalnu silu na svakom rezu. Unutrašnje sile u zglobovima E i F plus reakcije oslonca daju nam ukupno devet nepoznatih. S obzirom da imamo tri segmenta štapa i s obzirom da možemo da napišemo tri jednačine ravnoteže za svaki segment, dobijamo ukupno devet jednačina. Sudeći da je broj jednačina jednak broju nepoznatih, štap se smatra statički određenim.



Slika 11: Dijagrami slobodnog tela za tri segmenta štapa povezanih sa dve unutrašnje šarke

Evo jednačine ravnoteže za segment AE:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + E_x = 0 \quad [7]$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - V_e = 0 \quad [8]$$

$$\sum M @ A = 0 \Rightarrow 7V_e - 5B_y = 0 \quad [9]$$

Jednačine ravnoteže za segment EF su:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_x - E_x = 0 \quad [10]$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_e + C_y - V_f - 2(8) = 0 \quad [11]$$

$$\sum M @ E = 0 \Rightarrow 2(8)(4) + 8V_f - 3C_y = 0 \quad [12]$$

I jednačine ravnoteže za segment FD su:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_x = 0 \quad [13]$$

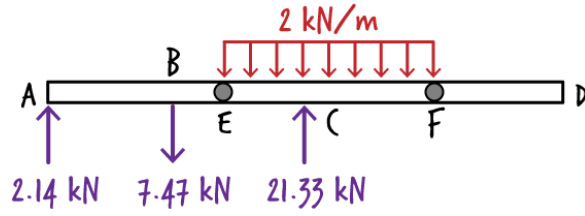
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_f + D_y = 0 \quad [14]$$

$$\sum M @ F = 0 \Rightarrow -5D_y = 0 \quad [15]$$

Rešavanjem jednačina od [7] do [15] simultano, dobijamo: $A_x = 0$, $A_y = 2.14 \text{ kN}$, $B_y = -7.47 \text{ kN}$,

$E_x = 0$, $V_e = -5.33 \text{ kN}$, $C_y = 21.33 \text{ kN}$, $F_x = 0$, $V_f = 0$, i $D_y = 0$.

Rezultati ovih analiza su prikazani na Slici 12.



Slika 12: Jednačine oslonca za štap sa dve unutrašnje šarke